

DRGANIA I FALE...DYSKRETNIE

Zadania kwalifikacyjne na WWW7

Streszczenie

Za rozwiązanie każdego z zadań można otrzymać 10 punktów. Próg kwalifikacyjny wynosi 50%, czyli 20 punktów. Zadania są trudne, więc próg kwalifikujący na warsztaty może zostać obniżony, także proszę się nie zniechęcać. Rozwiązania zadań, najlepiej w formacie $\text{T}_\text{E}\text{X}$ lub PDF, proszę przysłać na adres: MICDAB@ONET.EU Termin wysyłania rozwiązań upływa 5 lipca.

1 ZADANIE

Jeżeli siła jest funkcją położenia, to z matematycznego punktu widzenia II prawo dynamiki Newtona ustala związek między chwilową szybkością zmian szybkości zmian (drugą pochodną) położenia, czyli przyspieszeniem, a położeniem. Jeżeli dla jakiego problemu mechanicznego znamy ten związek oraz inne właściwości ruchu, to możemy wiadomości te wykorzystać do rozwiązania innego problemu, niekoniecznie z mechaniki.

Rozpatrzmy obwód złożony z kondensatora o pojemności C , zawierającego w chwili początkowej ładunek q . Kondensator zwieramy cewką o współczynniku samoindukcji L . Chwilową wartość natężenia prądu łatwo można powiązać z szybkością zmian ładunku Q na okładce kondensatora. Z kolei siła elektromotoryczna samoindukcji w prosty sposób wyraża się przez szybkość zmian natężenia prądu, czyli przez szybkość zmian szybkości zmian ładunku Q . Jeżeli wyrazić napięcie na kondensatorze przez Q i skorzystać z odpowiedniego prawa Kirchoffa dla obwodu, w którym nie ma oporów omowych, to otrzymamy związek między „przyspieszeniem” ładunku a samym ładunkiem. Korzystając teraz ze znanych wiadomości z mechaniki odpowiedz na następujące pytania:

1. według jakiego prawa natężenie prądu zależy od czasu?
2. ile wynosi okres drgań?
3. jaka jest maksymalna wartość natężenia prądu?
4. czy możesz ustalić analogię między oporem R (gdyby taki dodać do obwodu szeregowo z L) a pewną dodatkową siłą (jaką?) w odpowiednim problemie mechanicznym?
5. czy można tą metodą rozwiązać problem zależności natężenia prądu od czasu w obwodzie złożonym z ogniwa o stałej sile elektromotorycznej E i znikomym oporze wewnętrznym, zwartego cewką o samoindukcji L ?

2 ZADANIE

Newton wykazał, że jednorodna kulista warstwa materii nie wywiera działania grawitacyjnego na ciała położone w obszarze wewnętrznym, przez tę warstwę ograniczonym. Warstwa taka wywiera natomiast działanie grawitacyjne na ciała położone na zewnątrz niej, przy czym jest ono takie, jakby cała masa warstwy była skupiona w jej środku geometrycznym. Wyobraźmy sobie prosty szyb przebijający kulę ziemską wzdłuż osi obrotu. Załóżmy, że Ziemia jest jednorodną kulą oraz że w rozważaniach można pominąć tarcie, opór powietrza, itp.

1. Jakim ruchem poruszać się będzie dowolne ciało wpuszczone swobodnie do wylotu szybu przy powierzchni Ziemi? Uzasadnij wywody rachunkiem.
2. Z jaką prędkością początkową należałoby wyrzucić to ciało ze środka Ziemi, aby osiągnęło ono jej powierzchnię?
3. Załóżmy, że tuż przy powierzchni Ziemi, równoległe do koła południkowego, leży orbita sputnika. Ciało puszczono swobodnie do szybu w chwili, gdy sputnik przebiegał nad wylotem. Co wcześniej znajdzie się przy przeciwległym otworze: sputnik czy rozważane ciało?
4. Czy założenie, że szyb przewiercono wzdłuż osi obrotu Ziemi jest istotne?

3 ZADANIE

Na szczycie dostatecznie wysokiego wieżowca znajduje się winda, do której sufitu przymocowano jeden koniec doskonałej, lekkiej sprężyny o długości około $l = 1$ m. Na sprężynie zawieszono ciężarek $m = 1$ kg, co spowodowało wydłużenie sprężyny $\Delta l = 9,81$ cm. W pewnym momencie winda zaczyna spadać z przyspieszeniem $1/2 g$ ($g = 9,81$ m/s²). Czas spadania windy wynosi $t = \pi$ sekund, po czym włącza się hamowanie nadające windzie opóźnienie $1/2 g$, aż do jej zatrzymania. Opisz ruch ciężarka na sprężynie. W szczególności opisz, co będzie się z nim działo po zatrzymaniu się windy. Jak zmieni się odpowiedź, gdy czas spadania będzie nieco różny niż π sekund? Wszystkie opory oraz masę sprężyny zaniedbujemy.

4 ZADANIE

Dwa nieduże ciała o masach m_1 i m_2 połączono jednorodną sprężyną o stałej sprężystości k i położono na poziomym gładkim stole. Sprężynę rozciągnięto przez rozsuniecie obu ciał a następnie oba ciała puszczono. Układ zaczął drgać wzdłuż linii prostej. Jakie to są drgania i jaki jest ich okres?

POWODZENIA!