Po co ich tyle?

Damian Orlef
orlef.damian@gmail.com

KPM

Ile ich?

- Powiemy, ze liczb pierwszych od 1 do n jest $\pi(n)$. Mamy
$$\pi(n) \approx \frac{n}{\ln n}$$
(Gauss, Hadamard, de Valée-Poussin)
- Dowod po 50 stronach skryptu z analizy zespolonej.

Teraz stac nas na jakies

$$\pi(n) \geq \frac{n}{\log_2 n} - 2$$

My to pokazemy dla parzystych, czyli wlasciwie:

$$\pi(2n) \geq \frac{2n}{\log_2 2n} - 2$$

Po co ich AZ tyle?

$$\binom{n}{k} = \frac{n(n-1)\dots(n-k+1)}{1 \cdot 2 \cdot \dots k}$$

Magiczny lemat: dla $n > k \geq 0$.

$$p^a | \binom{n}{k} \rightarrow p^a \leq n$$

I konsekwencje

$$\binom{n}{k} = p_1^{\alpha_1} p_2^{\alpha_2} \dots p_m^{\alpha_m} \leq n^m \leq n^{\pi(n)}$$

Wyszlo

$$\binom{n}{k} \leq n^{\pi(n)}$$

W szczegolnosci

$$\binom{2n}{n} \leq (2n)^{\pi(2n)}$$

$$\pi(2n) \geq \log_{2n} \binom{2n}{n} \geq \log_{2n} \frac{2^{2n}}{2n+1} = \log_{2n}(2^{2n}) - \log_{2n}(2n+1)$$

$$\geq \frac{\log_2(2^{2n})}{\log_2(2n)} - 2 = \frac{2n}{\log_2(2n)} - 2$$

Magiczny lemat daje sie wytlumaczyc bez flaszek. W kolejne 5 minut.