

# Teleportacja kwantowa

Maciej Kolanowski

08.2012

Problemy

Notacja Diraca

Iloczyn tensorowy

Splątanie

Protokół

Macierze Pauliego

Zakończenie



# Problemy

Transport

Teleportacja  
kwantowa

M. Kolanowski

**Problemy**

Notacja Diraca

Iloczyn tensorowy

Splątanie

Protokół

Macierze Pauliego

Zakończenie

# Problemy

## Transport

- ▶ Nieoznaczoność
- ▶ Dekoherencja
- ▶ A nawet zakaz klonowania

i wiele innych przeszkód

## Inne propozycje?

# Notacja Diraca

Stan układu w mechanice kwantowej to WEKTOR:

$$|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$$

$$\alpha, \beta \in \mathbb{C}$$

Problemy

**Notacja Diraca**

Iloczyn tensorowy

Splątanie

Protokół

Macierze Pauliego

Zakończenie

# Notacja Diraca

Stan układu w mechanice kwantowej to WEKTOR:

$$|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$$

$$\alpha, \beta \in \mathbb{C}$$

$$|\psi\rangle = \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} \text{ "ket"}$$

$$\langle\psi| = ( \alpha^* \quad \beta^* ) \text{ "bra"}$$

$$\langle\phi|\psi\rangle \text{ "bra-ket"}$$

$$|0\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$|1\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

# Iloczyn tensorowy

Iloczyn tensorowy dwóch wektorów rozważamy w bazie:

$$|0\rangle \otimes |0\rangle, |0\rangle \otimes |1\rangle, |1\rangle \otimes |0\rangle, |1\rangle \otimes |1\rangle$$

# Iloczyn tensorowy

Iloczyn tensorowy dwóch wektorów rozważamy w bazie:

$$|0\rangle \otimes |0\rangle, |0\rangle \otimes |1\rangle, |1\rangle \otimes |0\rangle, |1\rangle \otimes |1\rangle$$

Na przykład:

$$|\psi\rangle \otimes |\phi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle) \otimes \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle - |1\rangle) =$$

# Iloczyn tensorowy

Iloczyn tensorowy dwóch wektorów rozważamy w bazie:

$$|0\rangle \otimes |0\rangle, |0\rangle \otimes |1\rangle, |1\rangle \otimes |0\rangle, |1\rangle \otimes |1\rangle$$

Na przykład:

$$\begin{aligned} |\psi\rangle \otimes |\phi\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle) \otimes \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle - |1\rangle) = \\ &= \frac{1}{2}|0\rangle \otimes |0\rangle - \frac{1}{2}|0\rangle \otimes |1\rangle + \frac{1}{2}|1\rangle \otimes |0\rangle - \frac{1}{2}|1\rangle \otimes |1\rangle \end{aligned}$$

Iloczyn tensorowy jest dwuliniowy:

$$(\alpha|\psi\rangle) \otimes |\phi\rangle = \alpha(|\psi\rangle \otimes |\phi\rangle) = |\psi\rangle \otimes (\alpha|\phi\rangle)$$



# Iloczyn tensorowy

Iloczyn tensorowy dwóch wektorów rozważamy w bazie:

$$|0\rangle \otimes |0\rangle, |0\rangle \otimes |1\rangle, |1\rangle \otimes |0\rangle, |1\rangle \otimes |1\rangle$$

Na przykład:

$$\begin{aligned} |\psi\rangle \otimes |\phi\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle) \otimes \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle - |1\rangle) = \\ &= \frac{1}{2}|0\rangle \otimes |0\rangle - \frac{1}{2}|0\rangle \otimes |1\rangle + \frac{1}{2}|1\rangle \otimes |0\rangle - \frac{1}{2}|1\rangle \otimes |1\rangle \end{aligned}$$

Iloczyn tensorowy jest dwuliniowy:

$$(\alpha|\psi\rangle) \otimes |\phi\rangle = \alpha(|\psi\rangle \otimes |\phi\rangle) = |\psi\rangle \otimes (\alpha|\phi\rangle)$$

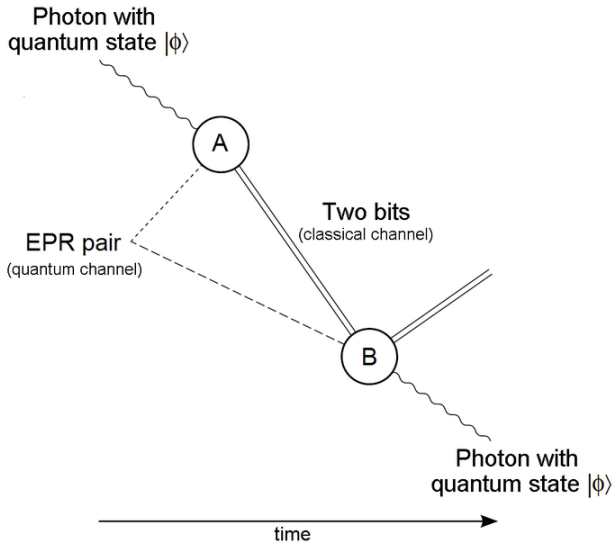
$$|\psi\rangle \otimes (|\phi\rangle + |\omega\rangle) = |\psi\rangle \otimes |\phi\rangle + |\psi\rangle \otimes |\omega\rangle$$

# Splątanie!

Splątanie to związanie parametrów dwóch cząstek ze sobą.

Przykład:

$$|0\rangle \otimes |0\rangle + |1\rangle \otimes |1\rangle$$



Problemy

Notacja Diraca

Iloczyn tensorowy

Splątanie

Protokół

Macierze Pauliego

Zakończenie

# Splątanie!

Stan przesyłanej cząstki:

$$|\psi\rangle_P = \alpha|0\rangle_P + \beta|1\rangle_P$$

Stan całego układu to:

$$|\Phi^-\rangle_{AB} \otimes |\psi\rangle_P$$

$$|\Phi^-\rangle_{AB} = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle_A \otimes |0\rangle_B - |1\rangle_A \otimes |1\rangle_B)$$

# I CO Z TEGO WYNIKA?

# Stany Bella

$$\blacktriangleright |\Phi^+\rangle_{AB} = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle_A \otimes |0\rangle_B + |1\rangle_A \otimes |1\rangle_B)$$

$$\blacktriangleright |\Phi^-\rangle_{AB} = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle_A \otimes |0\rangle_B - |1\rangle_A \otimes |1\rangle_B)$$

$$\blacktriangleright |\Psi^+\rangle_{AB} = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle_A \otimes |1\rangle_B + |1\rangle_A \otimes |0\rangle_B)$$

$$\blacktriangleright |\Psi^-\rangle_{AB} = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle_A \otimes |1\rangle_B - |1\rangle_A \otimes |0\rangle_B)$$

# Podstawienie

Przekształcimy nasz stan układu korzystając z podstawień:

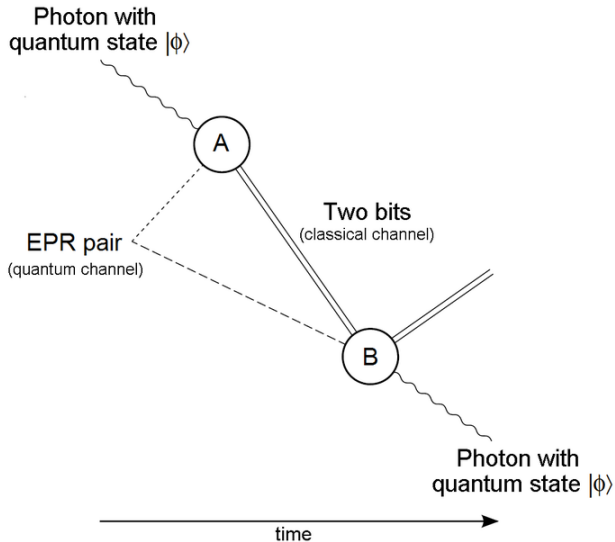
$$|0\rangle \otimes |0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\Phi^+\rangle + |\Phi^-\rangle)$$

$$|0\rangle \otimes |1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\Psi^+\rangle + |\Psi^-\rangle)$$

$$|1\rangle \otimes |0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\Psi^+\rangle - |\Psi^-\rangle)$$

$$|1\rangle \otimes |1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\Phi^+\rangle - |\Phi^-\rangle)$$

# Protokół



Problemy

Notacja Diraca

Iloczyn tensorowy

Splątanie

**Protokół**

Macierze Pauliego

Zakończenie

Aby przekształcić stan B użyjemy bramek kwantowych:

$$x = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$y = \begin{bmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{bmatrix}$$

$$z = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

Możemy je interpretować jako stałe pole magnetyczne.



Tablica : Która macierz?

Stan B	Macierz
$\alpha 0\rangle - \beta 1\rangle$	$z$
$\alpha 0\rangle + \beta 1\rangle$	$Id$
$\beta 0\rangle - \alpha 1\rangle$	$-iy$
$\beta 0\rangle + \alpha 1\rangle$	$x$

## Podsumowanie

- ▶ Co zrobiliśmy?
- ▶ Konwersja zasobów
- ▶ Ograniczenie prędkości

Pytania?

Pytania?  
Dziękuję za uwagę!